Über den inducirten Strom der Nebenbatterie.

Von **Peter Blaserna,**

Assistenten am k. k. physicalischen Institute in Wien.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 22. Juli 1858.)

Wird zu einem geradlinig ausgespannten Theile des Schliessungsbogens einer Batterie — Hauptbatterie — ein Drath parallel ausgespannt und dessen Enden zu der äusseren und inneren Belegung einer isolirten Batterie — Nebenbatterie — geführt, so wird durch die elektrische Entladung der ersteren in diesem ein eigenthümlicher Strom inducirt. Herr Director Knochenhauer, dem wir die Entdeckung desselben verdanken, nennt ihn den Strom der Nebenbatterie; er veröffentlichte darüber mehrere Versuche, die in den Sitzungsberichten dieser Akademie, sowie auch in Grunert's Archiv aufgenommen worden sind.

Vorliegende Arbeit wurde auf den Wunsch des Directors am k. k. physicalischen Institute, des Herrn Regierungsrathes Ritter von Ettingshausen, vorgenommen, der von Herrn Knochenhauer um Veranlassung einer Verification der Resultate seiner Arbeit ersucht worden war. Letzterer war so gefällig, die Anfertigung des hiezu nöthigen Luftthermometers und Funkenmessers unter seiner Aufsicht in Meiningen zu besorgen. Die Arbeit bezweckte anfänglich die blosse Prüfung eines Gesetzes, welches Herr Knochenhauer aus der Erfahrung abgeleitet hat, wurde jedoch später selbstständig fortgesetzt und ist als der Anfang einer grösseren Experimentaluntersuchung über elektrische Inductionen anzusehen.

Nennt man den Schliessungsbogen der Hauptbatterie den Hauptdrath, jenen der Nebenbatterie den Nebendrath, so lässt sich oberwähntes Knochenhauer'sches Gesetz kurz so zusammenfassen:

1. Die Intensität des inducirten Stromes ist bei einem und demselben Hauptdrath für verschieden lange Nebendräthe nicht constant, sondern nimmt bis zu einem bestimmten Punkte — Maximum — zu, und von da wieder ab.

2. Dieses Maximum tritt dann ein, wenn bei vollkommen gleichen Flaschen die Länge des Hauptdrathes sich zu jener des Nebendrathes so verhält wie die Anzahl der Flaschen der Nebenbatterie zu jener der Hauptbatterie.

Zur Prüfung dieses Gesetzes war es zuerst nöthig, die mir zu Gebote stehenden sechs Leidner Flaschen, die ich mit Nr. 1, 2, 3, 4, 5, 6 bezeichnen werde, zu prüfen und deren Stärke numerisch zu bestimmen. Zu dem Ende schaltete ich in den Schliessungsbogen der zu prüfenden Flasche das Funkenmikrometer, dessen Kugeln in constanter Entfernung erhalten wurden, und das Luftthermometer ein. und lud die Flasche mittelst eines starken Drathes vom Conductor der Elektrisirmaschine aus so lange, bis ein Funke über die Kugeln des Funkenmikrometers übersprang. Für den nun erfolgenden Ausschlag θ des Luftthermometers gilt unter der Bedingung, dass der Schliessungsbogen stets derselbe bleibe, die Relation

$$\theta = a \cdot \frac{q^2}{s},$$

wobei q die Elektricitätsmenge, s die Oberfläche der Flasche, a eine Constante, über deren Bedeutung die zahlreichen und schönen Arbeiten Riess' vollkommene Aufklärung geben, bedeutet.

Die Grösse s konnte ich als constant ansehen, da die Oberfläche bei den Flaschen nahezu 25 Quadratdecimeter beträgt. Es ergibt sich somit

$$q = b \sqrt{\theta},$$

wo b abermals eine Constante bedeutet.

Als Einheit nahm ich bei dieser Bestimmung nach dem Vorschlage Herrn Knochenhauer's das arithmetische Mittel aus den sechs Flaschen an. Auf diese Weise ergaben sich für die einzelnen Flaschen folgende Daten:

Flasche	θ in Pariser Linien			Mittel
1	14·2	14·6	14·6	14·5
2	10·6	10·7	10·5	10·6
3	11·0	11·1	11·0	11·0
4	7·7	7·8	7·8	7·8
5	12·3	12·1	12·2	12·2
6	10·0	10·1	10·2	10·1

Zieht man aus diesen Zahlen die Quadratwurzel und reducirt sie auf die angenommene Einheit, so ergibt sich

Flasche	q
1	1·16
2	0·99
3	1·01
4	0·85
5	1·07
6	0·97

Es ist bekannt, dass der hygrometrische Zustand der Luft einen nicht unbedeutenden Einfluss auf die Werthe von θ, also auch auf jene von q hat, da die Luft an verschiedenen Tagen die Elektricität verschieden leitet und daher das Überspringen des Funkens je nach ihrem Wassergehalte entweder begünstigt oder erschwert. Ich unternahm daher an zwei verschiedenen Tagen noch zwei Bestimmungen von q, um den Einfluss der Feuchtigkeit numerisch kennen zu lernen.

Die Beobachtungen dabei waren folgende:

Flasche	θ in Pariser Linien			Mittel	q	θ in Pariser Linien			Mittel	q
1	13·9	14·0	14·0	14·0	1·14	14·0	14·0	13·8	13·9	1·14
2	10·3	10·3	10·4	10·3	0·97	10·3	10·3	10·3	10·3	0·98
3	10·7	10·8	10·7	10·7	0·99	10·6	10·5	10·5	10·5	0·99
4	7·9	7·8	8·0	7·9	0·85	7·9	7·9	7·8	7·9	0·86
5	11·8	11·8	12·1	11·9	1·05	12·0	11·9	11·9	11·9	1·06
6	10·2	10·2	10·1	10·2	0·97	10·0	10·0	10·1	10·0	0·97

Ich erhielt somit schliesslich folgende Werthe für q:

Flasche	q			Mittel
1	1·16	1·14	1·14	1·15
2	0·99	0·97	0·98	0·98
3	1·01	0·99	0·99	1·00
4	0·85	0·85	0·86	0·85
5	1·07	1·05	1·06	1·06
6	0·97	0·97	0·97	0·97

Vergleicht man alle diese Daten, so ergibt sich daraus folgendes:

1. Die Bestimmung der Stärke der Flaschen ist von den Witterungseinflüssen unabhängig.

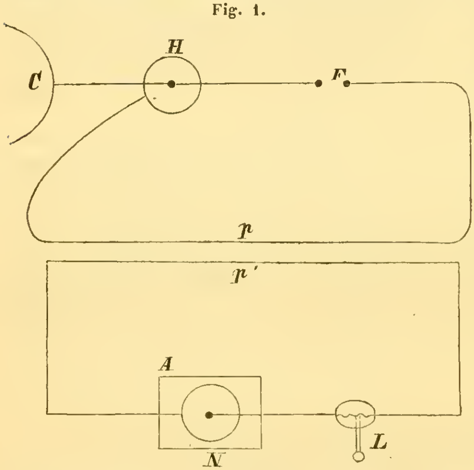
2. Die Werthe von θ hängen allerdings davon ab, allein die Form der Abhängigkeit ist leicht anzugeben; es muss θ einen Factor, den man den Feuchtigkeitscoëfficienten nennen könnte, enthalten, also

$$\theta = \frac{1}{p}\,\Theta$$

sein, wobei Θ den Ausschlag des Luftthermometers bei vollkommen trockener Luft bedeutet. Inwieferne dieser Coëfficient mit dem Dispersionscoëfficienten, dessen genaue Bestimmung Riess gelehrt, zusammenhängt, können nur Versuche mittelst der Coulomb'schen Drehwage lehren.

Dies alles vorausgesetzt, gehe ich nun zu den Inductionsversuchen selbst über. Vom Conductor C einer dreischeibigen Winter-schen Elektrisirmaschine wurde die Hauptbatterie H geladen. Der Schliessungsdrath ging über das Funkenmikrometer F. Die Nebenbatterie N befand sich auf dem Isolirschemel A und stand mit dem Luftthermometer L in Verbindung; p, p' sind die parallel ausgespannten Theile der Schliessungsbögen, welche einander beliebig genähert werden konnten und deren Länge stets 12 Wiener Fuss betrug.

Fig. 1.



Als Schliessungsbogen diente ein 1 Millimeter dicker Kupferdrath, von welchem mittelst passender Gestelle beliebig viel aus- und eingeschaltet werden konnte.

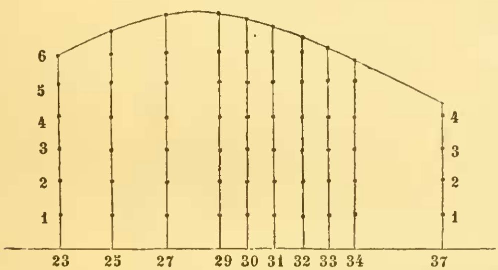
Bei dem ersten Versuche betrug der Hauptdrath 32 Wiener Fuss, die Kugeln des Funkenmikrometers waren auf die Entfernung von 10 halben Linien gebracht, die Distanz der parallelen Dräthe betrug 6 Centimeter; als Hauptbatterie war die Flasche 6, als Nebenbatterie die Flasche 5 eingeschaltet. Es ergaben sich hierbei folgende Daten :

I. Versuch. †

Länge des Nebendrathes in Wr. Fuss	θ in Pariser Linien			Mittel
37	4·1	4·3	4·1	4·2
34	5·4	5·5	5·5	5·5
33	5·9	6·1	6·0	6·0
32	6·4	6·5	6·6	6·5
31	6·7	6·8	6·7	6·7
30	6·8	7·0	7·0	6·9
29	7·0	7·1	7·0	7·0
27	7·0	6·9	7·0	7·0
25	6·3	6·5	6·4	6·4
23	5·8	6·0	6·2	6·0

Construirt man eine Curve, indem man die Längen des Nebendrathes als Abscissen, die Werthe von θ als Ordinaten ansieht (Fig. 2), so ergibt sich mit Leichtigkeit, dass diese Curve ein Maximum besitzt. Was die Stelle desselben betrifft, so findet es wegen der Ungleichheit der Flaschen nicht bei 32, sondern bei 28 Statt. Dass die Länge des Nebendrathes im Maximum von der Stärke der Flaschen abhängt, wird besonders durch eine Versuchsreihe ersichtlich, die ich an demselben Tage bei ganz gleichen Umständen vornahm, wobei jedoch die Hauptbatterie zur Nebenbatterie, die Nebenbatterie zur Hauptbatterie gemacht wurde. Es ergaben sich dabei folgende Daten:

Fig. 2.



II. Versuch. †

Hauptbatterie Flasche 5.
Nebenbatterie Flasche 6.

Länge des Nebendrathes in Wr. Fuss	θ in Pariser Linien			Mittel
22	2·7	2·5	2·7	2·6
24	3·0	3·0	3·1	3·0
26	3·3	3·6	3·5	3·5
28	4·1	4·1	4·0	4·1
30	4·2	4·4	4·3	4·3

Länge des Nebendrathes in Wr. Fuss	θ in Pariser Linien			Mittel
32	4·7	4·6	4·7	4·7
34	4·9	4·8	4·9	4·9
36	5·0	5·1	5·0	5·0
38	4·9	4·7	4·8	4·8
40	4·6	4·7	4·7	4·7
42	4·3	4·0	4·2	4·2
44	4·0	3·9	4·0	4·0
48	3·4	3·4	3·3	3·4
52	2·5	2·6	2·6	2·6

Construirt man sich abermals eine Curve, so ersieht man, dass das Maximum jetzt bei 36′ stattfindet, während es bei der vorigen Versuchsreihe bei 28′ eintrat und der Hauptdrath constant 32′ betrug. Das Maximum tritt also bei gleichen Flaschen an der von Herrn Knochenhauer bezeichneten Stelle ein.

Man ersieht zugleich, dass diese Curven vom Maximum ab symmetrisch gebaut sind. Bezeichnet man daher den Hauptdrath mit h, den Nebendrath mit n und berücksichtigt, dass das Maximum bei $h - kn = o$ eintritt, wobei k vorläufig eine noch unbekannte Grösse vorstellt, welche von der Stärke der betreffenden Flaschen abhängt und für gleiche Flaschen gleich 1 wird, so ergibt sich mit Leichtigkeit, dass das Verhältniss zwischen θ und n sich allgemein durch folgende Formel geben lässt:

$$\theta = \frac{a}{b + c(h-kn)^2 + d(h-kn)^4 + \ldots\ldots}$$

wobei a, b, c, d durch Erfahrung zu bestimmende Constante bezeichnen. Für $h = kn$ geht θ in $\frac{a}{b}$ über; setzt man daher diesen Maximumwerth gleich M, und $\frac{c}{b} = A$, $\frac{d}{b} = B$ etc., so geht die Formel über in

$$\theta = \frac{M}{1 + A(h-kn)^2 + B(h-kn)^4 + \ldots\ldots}$$

Ich habe mich überzeugt, dass die kürzere Formel

$$\theta = \frac{M}{1 + A(h-kn)^2}$$

vollkommen genügt, wesshalb ich die späteren Glieder vernachlässigen werde. Denn setzt man in der ersten Versuchsreihe:

$$M = 7{\cdot}1$$
$$k = 1{\cdot}14$$
$$A = 0{\cdot}0058\ ,$$

und in der zweiten

$$M = 5{\cdot}0$$
$$k = 0{\cdot}88$$
$$A = 0{\cdot}0052,$$

so ergibt sich folgende Zusammenstellung zwischen den beobachteten und berechneten Werthen von θ, deren Übereinstimmung sehr befriedigend ist:

I. Versuch.

n	θ beob.	θ berech.	n	θ beob.	θ berech.
37	4·2	4·4	29	7·0	7·0
34	5·5	5·6	28	—	7·1
33	6·0	6·0	27	7·0	7·0
32	6·5	6·4	25	6·4	6·6
31	6·7	6·7	23	6·0	5·9
30	6·9	6·9			

II. Versuch.

n	θ beob.	θ berech.	n	θ beob.	θ berech.
22	2·6	2·7	36	5·0	5·0
24	3·0	3·1	38	4·8	4·9
26	3·5	3·5	40	4·7	4·7
28	4·1	4·0	42	4·2	4·4
30	4·3	4·4	44	4·0	4·0
32	4·7	4·7	48	3·4	3·3
34	4·9	4·9	52	2·6	2·5

Zur Bestätigung dieses Gesetzes habe ich noch mehrere Versuchsreihen durchgeführt, die ich nun anführen will.

III. Versuch. *

Hauptdrath 36′.

Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flasche 3.

Funkenmikrometer 10.

Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel	θ berech.
28	3·5	3·4	3·3	3·4	3·4
30	3·9	4·0	4·0	4·0	4·0
32	4·4	4·4	4·4	4·4	4·6
34	5·1	5·1	5·1	5·1	5·0
36	5·3	5·3	5·4	5·3	5·3
38	5·3	5·2	5·3	5·3	5·3
40	5·1	5·0	5·0	5·0	5·0
42	4·4	4·5	4·5	4·5	4·6
44	3·8	3·9	3·7	3·8	4·0
46	3·1	3·1	3·1	3·1	3·3
50	2·2	2·1	2·2	2·2	2·4
54	1·6	1·6	1·6	1·6	1·7

Bei der Berechnung dieser Versuchsreihe wurde

$$M = 5{\cdot}4$$

$$k = \frac{36}{37} = 0{\cdot}97$$

$$A = 0{\cdot}0074 \text{ angenommen.}$$

IV. Versuch. *

Hauptdrath 36′ (wie im III. Versuch).
Hauptbatterie Flasche 3, Nebenbatterie Flasche 2.
Distanz der parallelen Dräthe 4 (wie früher).
Funkenmikrometer 10.
Für die Berechnung $M = 5{\cdot}0$, $k = 0{\cdot}95$, $A = 0{\cdot}0079$.

n	θ beobachtet			Mittel	θ berech.
26	2·2	2·4	2·4	2·3	2·5
28	2·8	2·7	2·8	2·8	3·0
30	3·3	3·3	3·2	3·3	3·5
32	3·8	3·7	3·8	3·8	4·0
34	4·5	4·5	4·5	4·5	4·6
36	4·9	4·9	4·8	4·9	4·9
38	5·0	5·1	5·0	5·0	5·0
40	4·9	5·0	4·9	4·9	4·9
42	4·7	4·7	4·6	4·7	4·5
44	4·0	4·0	4·0	4·0	4·0
46	3·7	3·5	3·6	3·6	3·4
50	2·6	2·6	2·6	2·6	2·5
54	1·9	1·8	1·9	1·9	1·8

V. Versuch. †

Hauptdrath 36′.
Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flasche 3.

Funkenmikrometer 10.
Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel	θ berech.
26	2·5	2·6	2·6	2·6	2·3
28	3·0	3·0	2·9	3·0	2·8
30	3·6	3·5	3·4	3·5	3·4
32	4·0	4·1	4·1	4·1	4·0
34	4·6	4·7	4·7	4·7	4·6
36	5·0	5·1	5·0	5·0	5·0
38	4·8	4·9	5·0	4·9	5·0
40	4·6	4·6	4·5	4·6	4·7
42	3·8	3·9	4·0	3·9	4·0
44	3·3	3·4	3·4	3·4	3·4
46	2·7	2·6	2·6	2·6	2·8
52	1·7	1·8	1·8	1·8	1·8
26	2·5	2·5	2·6	2·5	—

Für die Berechnung der Werthe von θ wurde

$$h = 36$$
$$k = 0{\cdot}97$$
$$M = 5{\cdot}1$$
$$A = 0{\cdot}011 \text{ angenommen.}$$

Für $n = 26'$ finden sich zwei Beobachtungen angegeben, die eine zu Anfang, die andere am Ende der Reihe. Es ist dies eine Vorsicht, die ich bei grösseren Beobachtungsreihen in der Regel anwendete, um mich zu überzeugen, dass in den äusseren Verhältnissen keine störende Änderung eingetreten sei.

VI. Versuch. †

Hauptdrath 36′ (wie im V. Versuch).
Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flasche 1.
Funkenmikrometer 10 (wie im V. Versuch).
Distanz der parallelen Dräthe 4 (wie im V. Versuch).
Für die Berechnung $M = 6{\cdot}1$, $k = 1{\cdot}44$, $A = 0{\cdot}0023$.

n	θ beobachtet			Mittel	θ berech.
20	5·6	5·5	5·5	5·5	5·5
22	5·8	5·8	5·7	5·8	5·8
24	6·8	6·0	6·0	6·0	6·0
26	5·8	5·7	5·8	5·8	6·0
28	5·8	5·8	5·7	5·8	5·8
30	5·6	5·6	5·5	5·6	5·5
32	5·1	5·0	5·0	5·0	5·0
34	4·4	4·4	4·5	4·4	4·4

VII. Versuch. †

Hauptdrath 36′ (wie früher).
Hauptbatterie Flasche 1, Nebenbatterie Flasche 3.
Funkenmikrometer 10 (wie früher).
Distanz der parallelen Dräthe 4 (wie früher).
Für die Berechnung $M = 3{\cdot}6$, $k = 0{\cdot}72$, $A = 0{\cdot}0070$.

n	θ beobachtet			Mittel	θ berech.
20	1·0	1·0	0·9	1·0	0·8
28	1·3	1·3	1·4	1·3	1·3
42	3·1	3·1	3·2	3·1	3·0
48	3·5	3·5	3·4	3·5	3·5
52	3·5	3·6	3·5	3·5	3·5
62	2·2	2·3	—	2·3	2·3

Aus diesen Versuchen folgt also, dass sich die Relation zwischen θ und n durch die einfache Formel

$$\theta = \frac{M}{A\,(h-kn)^2+1}$$

ausdrücken lässt, wobei M und k unmittelbar durch den Versuch gegebene Constante bezeichnen, während A erst durch Rechnung gefunden werden muss. Die Berechnung der in obigen Tabellen enthaltenen Werthe von θ geschah auf folgende Weise: Ich construirte für jede Versuchsreihe die betreffende Curve, wählte darin jene Werthe von θ, welche besonders genau schienen, heraus, und berechnete aus ihnen — manchmal nur aus einem oder zweien derselben — den Werth von A, und führte dann diesen Werth in die Formel ein. Eine genauere Berechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate schien mir unnütz, da die Genauigkeit dieser Messungen keine grosse ist, indem der Fehler 0·2 betragen kann, und selbst diese Genauigkeit ist schwer zu erzielen, da Schwankungen in der Temperatur, Windstösse u. dgl. m. selbst in einem wohlverwahrten Zimmer nicht zu vermeiden sind.

Es ist nun zunächst meine Aufgabe, die Bedeutung der Grösse k etwas näher anzugeben.

k ist das Verhältniss der Länge des Hauptdrathes zu jener des Nebendrathes in dem Falle, wo der Ausschlag des Luftthermometers, also die Intensität des Inductionsstromes, ein Maximum ist. Es ist von der Distanz der Kugeln des Funkenmikrometers unabhängig, wie folgende Versuchsreihen es ersichtlich machen.

VIII. Versuch. *

Hauptdrath 30′.
Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flasche 3.
Distanz der parallelen Dräthe 4.
Funkenmikrometer 10.

n	θ beobachtet			Mittel
26	5·7	5·8	5·8	5·8
28	6·6	6·7	6·8	6·7
30	7·0	7·1	7·1	7·1
32	6·8	6·9	6·9	6·9
34	5·8	5·9	5·9	5·9

Es ist somit hier $k = 1·00$.

IX. Versuch. *

Hauptdrath 30′.
Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flasche 3.
Distanz der parallelen Dräthe 4.
Funkenmikrometer 7.

n	θ beobachtet			Mittel
26	2·9	3·0	3·0	3·0
28	3·5	3·4	3·4	3·4
30	3·9	4·0	4·0	4·0
32	4·1	4·2	4·2	4·2
34	3·7	3·8	3·7	3·7
36	3·2	3·3	3·2	3·2

Also ist $k = 0·97$.

X. Versuch. *

Hauptdrath 30′.
Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flasche 3.
Distanz der parallelen Dräthe 4.
Funkenmikrometer 8.

n	θ beobachtet			Mittel
26	4·2	4·3	4·2	4·2
28	4·6	4·6	4·5	4·6
30	5·0	5·0	5·1	5·0
32	5·0	5·0	5·0	5·0
34	4·4	4·4	—	4·4

Es ist somit $k = 0·97$.

Diese drei Versuche zeigen, dass, obwohl das Funkenmikrometer verändert wurde, k trotzdem constant blieb, da die kleinen Differenzen innerhalb der Beobachtungsfehler liegen.

Ganz dasselbe ergibt sich auch aus den drei folgenden Versuchen, die sich von den anderen nur dadurch unterscheiden, dass die Flasche 3 zur Hauptbatterie, Flasche 2 zur Nebenbatterie gemacht wurde.

XI. Versuch. *

Hauptdrath 30′.
Hauptbatterie Flasche 3, Nebenbatterie Flasche 2.
Distanz der parallelen Dräthe 4.
Funkenmikrometer 10.

n	θ beobachtet			Mittel
26	4·8	5·0	5·1	4·9
28	6·0	5·8	6·0	5·9
30	6·4	6·3	6·5	6·4
32	7·0	7·0	6·8	6 9
34	6·1	6·2	6·2	6·2

Folglich $k = 0·94$.

XII. Versuch. *

Hauptdrath 30′.
Hauptbatterie Flasche 3, Nebenbatterie Flasche 2.
Distanz der parallelen Dräthe 4.
Funkenmikrometer 7.

n	θ beobachtet			Mittel
26	2·7	2·9	2·9	2·8
28	3·3	3·4	3·4	3·4
30	3·8	3·7	3·9	3·8
32	4·0	4·1	4·0	4·0
34	3·8	3·8	3·9	3·8

Es ergibt sich also $k = 0·94$.

XIII. Versuch. *

Hauptdrath 30′.
Hauptbatterie Flasche 3, Nebenbatterie Flasche 2.
Distanz der parallelen Dräthe 4.
Funkenmikrometer 8.

n	θ beobachtet			Mittel
26	3·4	3·5	3·5	3·5
28	4·2	4·2	4·0	4·1
30	4·7	4·7	4·8	4·7
32	5·0	5·0	5·0	5·0
34	4·8	4·7	4·7	4·7
36	4·3	4·4	4·4	4·4

Es ist also $k = 0·94$.

Diese drei Beobachtungsreihen können nicht viel von den früheren differiren, da die Flaschen 3 und 2 nahe gleich sind. Allein es ist aus ihnen klar zu sehen, dass k von der Entfernung der Kugeln des Funkenmikrometers unabhängig ist.

Die drei folgenden Versuchsreihen werden dieses Gesetz für den Fall bestätigen, wenn die angewendeten Flaschen ungleich sind.

XIV. Versuch.

Hauptdrath 42′.
Hauptbatterie Flasche 4, Nebenbatterie Flasche 1.
Distanz der parallelen Dräthe 4.
Funkenmikrometer 10.

n	θ beobachtet			Mittel
30	5·0	5·1	5·1	5·1
28	6·8	6·6	6·7	6·7
26	8·5	8·5	—	8·5
24	9·9	10·1	10·0	10·0
22	10·0	10·1	10·0	10·0
20	8·8	8·9	9·0	8·9

In diesem Versuche ist also $k = 1·83$.

XV. Versuch. †

Hauptdrath 42′.
Hauptbatterie Flasche 4, Nebenbatterie Flasche 1.
Distanz der parallelen Dräthe 4.
Funkenmikrometer 8.

n	θ beobachtet			Mittel
30	3·5	3·6	3·6	3·6
28	4·8	4·8	4·9	4·8
26	6·2	6·2	6·1	6·2
24	7·2	7·3	7·3	7·3
22	7·3	7·4	7·4	7 4
20	6·6	6·5	6·5	6·5

Also ist $k = 1·83$.

XVI. Versuch. †

Hauptdrath 42′.
Hauptbatterie Flasche 4, Nebenbatterie Flasche 1.
Distanz der parallelen Dräthe 4.
Funkenmikrometer 6.

n	θ beobachtet			Mittel
30	2·4	2·4	2·5	2·4
28	3·2	3·1	3·3	3·2
26	4·1	4·0	4·2	4·1
24	4·9	4·8	4·8	4·8
22	4·9	4·9	5·0	4·9
20	4·3	4·4	4·4	4·4

Somit $k = 1·83$.

Diese drei Versuche, welche an einem äusserst günstigen Tage angestellt wurden, beweisen also mit Evidenz, dass die Grösse k von der Distanz der Kugeln des Funkenmikrometers unabhängig ist.

Eben so leicht lässt es sich nachweisen, dass k von h unabhängig ist. Dies ergibt sich aus folgender Versuchsreihe:

XVII. Versuch. *

Hauptdrath 34′.
Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flasche 3.
Funkenmikrometer 10.
Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel
27	3·4	3·4	—	3·4
30	4·0	4·0	4·1	4·0
32	4·3	4·3	4·4	4·3
34	4·3	4·4	4·3	4·3
36	4·0	4·0	—	4·0

Darin ist $k = 1·03$.

XVIII. Versuch. *

Hauptdrath 51′.
Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flasche 3.
Distanz der parallelen Dräthe 4.
Funkenmikrometer 10.

n	θ beobachtet			Mittel
39	1·3	1·3	—	1·3
44	1·8	1·8	1·9	1·8
49	2·4	2·5	2·4	2·5
54	2·5	2·6	2·6	2·6
59	2·0	2·0	—	2·0

Daraus ergibt sich $k = 0·98$.

Die Differenz von k fällt innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler, es ist somit k von h unabhängig.

Die Distanz der parallelen Dräthe übt ebenfalls keinen Einfluss auf k, wie aus folgenden Versuchen erhellet.

XIX. Versuch. †

Hauptdrath 31′.

Hauptbatterie Flasche 6, Nebenbatterie Flasche 5.

Distanz der parallelen Dräthe 6.

Funkenmikrometer 10.

n	θ beobachtet			Mittel
22	6·2	6·2	6·2	6·2
24	6·9	7·1	7·0	7·0
26	7·7	7·7	7·6	7·7
28	7·7	7·6	7·7	7·7
30	7·0	7·0	6·8	6·9

Darin ist $k = 1·15$.

XX. Versuch. †

Hauptdrath 31′.

Hauptbatterie Flasche 6, Nebenbatterie Flasche 5.

Distanz der parallelen Dräthe 4.

Funkenmikrometer 10.

n	θ beobachtet			Mittel
22	7·2	7·4	7·2	7·3
24	8·4	8·6	8·4	8·5
26	9·0	8·9	9·0	9·0
28	9·0	8·8	9·0	8·9
30	8·0	8·0	8·2	8·1

Es ist somit $k = 1·15$.

Diese zwei Versuche beweisen zur Genüge die Unabhängigkeit von k von der Distanz der parallelen Dräthe.

Aus den bisher angeführten Versuchen ist aber auch ersichtlich, dass k wesentlich eine Function der Flaschenstärken ist. Es ist jedoch von der absoluten Stärke derselben unabhängig, wie folgender Versuch darthut.

XXI. Versuch.

Hauptdrath 36′.

Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flasche 3.

Distanz der parallelen Dräthe 4.

Funkenmikrometer 10.

n	θ beobachtet			Mittel
30	5·1	5·2	5·1	5·1
32	5·5	5·6	5·6	5·6
34	5·8	5·7	5·8	5·8
36	5·5	5·5	5·6	5·5
38	5·2	5·1	5·2	5·2

Hier ist $k = 1{\cdot}06$.

XXII. Versuch.

Hauptdrath 36′.

Hauptbatterie Flaschen 1 und 4, Nebenbatterie Flaschen 5 und 6.

Distanz der parallelen Dräthe 4.

Funkenmikrometer 10.

n	θ beobachtet			Mittel
30	3·0	2·9	2·9	2·9
32	3·5	3·4	3·4	3·4
34	3·5	3·6	3·6	3·6
36	3·4	3·3	3·4	3·4
38	3·0	3·0	2·9	2·9

Also ist $k = 1{\cdot}06$.

Diese zwei Versuche zeigen zur Genüge, dass k blos von den relativen Flaschenstärken abhängig ist. Denn bezeichnet man die Stärke der Hauptbatterie mit q, jene der Nebenbatterie mit q', so ist im XX. Versuche

$$q = 0{\cdot}98;\ q' = 1{\cdot}00,$$

$$\text{also } \frac{q'}{q} = 1{\cdot}02,$$

und im XXI. Versuche

$$q = 1{\cdot}15 + 0{\cdot}85 = 2{\cdot}00,$$

$$q' = 0{\cdot}97 + 1{\cdot}06 = 2{\cdot}03,$$

somit

$$\frac{q'}{q} = 1{\cdot}02.$$

Die Werthe von k bleiben daher so lange constant, als das Verhältniss der Flaschenstärken $\frac{q'}{q}$ constant bleibt. Die Form der Abhängigkeit ist daher schon durch diese einfache Bemerkung gegeben. In den Versuchen I und II sind blos die Flaschen umgetauscht worden, indem die Hauptbatterie zur Nebenbatterie und *vice versa* gemacht wurde. Vergleicht man die Werthe für k, welche dort gefunden wurden, so ergibt sich für den I. Versuch:

Hauptbatterie Flasche 6, Nebenbatterie Flasche 5: $k = 1{\cdot}14$, für den II. Versuch:

Hauptbatterie Flasche 5, Nebenbatterie Flasche 6: $k_1 = 0{\cdot}88$.

Nun ist aber $k_1 = \frac{1}{k}$, da nämlich sehr nahe $0{\cdot}88 = \frac{1}{1{\cdot}14}$. Es ergibt sich daraus, dass

$$k = \left(\frac{q'}{q}\right)^m,$$

wobei m ein noch zu bestimmender Exponent ist.

Aus den Versuchen VI und VII folgt für $m = 2$:

$$k = 1{\cdot}44\colon \frac{q'^2}{q^2} = 1{\cdot}37,$$

$$k = 0{\cdot}72\colon \frac{q'^2}{q^2} = 0{\cdot}76.$$

Es ist daher $k = \frac{q'^2}{q^2}$.

Die Übereinstimmung dieser Formel mit den in den früheren Versuchen gefundenen Werthen von k ergibt sich aus folgender Tabelle:

Versuch	k	$\frac{q'^2}{q^2}$	Versuch	k	$\frac{q'^2}{q^2}$
I	1·14	1·19	XII	0·94	0·96
II	0·88	0·84	XIII	0·94	0·96
III	0·97	1·04	XIV	1·83	1·83
IV	0·95	0·96	XV	1·83	1·83
V	0·97	1·04	XVI	1·83	1·83
VI	1·44	1·37	XVII	1·03	1·04
VII	0·72	0·76	XVIII	0·98	1·04
VIII	1·00	1·04	XIX	1·15	1·19
IX	0·97	1·04	XX	1·15	1·19
X	0·97	1·04	XXI	1·06	1·04
XI	0·94	0·96	XXII	1·06	1·06

Zur Bestätigung dieses Gesetzes habe ich noch viele Beobachtungen vorgenommen, von denen ich einige anführen will.

XXIII. Versuch.

Hauptdrath 28′.

Hauptbatterie Flasche 6, Nebenbatterie Flasche 5.

Funkenmikrometer 7.
Distanz der parallelen Dräthe 6.

n	θ beobachtet			Mittel
32	3·1	3·0	2·9	3·0
30	3·8	3·9	3·7	3·8
29	4·0	4·0	4·0	4·0
28	4·3	4·4	4·4	4·4
27	4·7	4·7	4·8	4·7
26	5·0	4·9	4·9	4·9
25	5·0	4·9	5·1	5·0
24	5·3	5·4	5·4	5·4
23	4·9	5·0	5·0	5·0
22	4·7	4·8	4·9	4·8
21	4·3	4·5	4·5	4·4

Also ist $k = 1{\cdot}17$; $\frac{q'^2}{q^2} = 1{\cdot}19$.

XXIV. Versuch.

Hauptdrath 32′.
Hauptbatterie Flasche 6, Nebenbatterie Flasche 5.
Funkenmikrometer 7.
Distanz der parallelen Dräthe 6.

n	θ beobachtet			Mittel
31	3·8	3·7	3·7	3·7
30	4·0	4·0	3·9	3·9
29	4·0	4·2	4·3	4·2
28	4·2	4·3	4·3	4·3
27	4·4	4·3	4·4	4·4
26	4·2	4·3	4·3	4·3
25	4·1	4·0	4·1	4·1
24	3·8	3·7	3·8	3·8

Somit ist $k = 1{\cdot}19$; $\frac{q'^2}{q^2} = 1{\cdot}19$.

XXV. Versuch. *

Hauptdrath 30′.
Hauptbatterie Flasche 6, Nebenbatterie Flasche 5.
Funkenmikrometer 7.
Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel
22	4·6	4·7	4·7	4·7
24	4·9	5·1	5·1	5·0
26	5·0	5·1	5·0	5·0
28	4·6	4·5	4·7	4·6
30	4·2	4·3	4·2	4·2

Also $k = 1{\cdot}20;\ \frac{q'^2}{q^2} = 1{\cdot}19.$

XXVI. Versuch. *

Hauptdrath 30′.

Hauptbatterie Flasche 5, Nebenbatterie Flasche 6.

Funkenmikrometer 7.

Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel
24	2·4	2·4	2·5	2·4
26	2·5	2·6	2·6	2·6
28	3·0	3·0	3·2	3·1
30	3·3	3·4	3·4	3·4
32	3·5	3·4	3·6	3·5
34	3·7	3·6	3·8	3·7
36	3·4	3·4	3·4	3·4
38	3·2	3·2	—	3·2

$$k = 0{\cdot}88;\ \frac{q'^2}{q^2} = 0{\cdot}84.$$

Diese Versuche führen daher zu der Formel

$$k = \frac{q'^2}{q^2}.$$

Allein es ist klar, dass dieses Gesetz nur für den Fall richtig sein kann, wenn die Oberflächen der Haupt- und der Nebenbatterie gleich sind. Es bleibt daher noch der Fall ungleicher Oberflächen zu erörtern übrig.

XXVII. Versuch.

Hauptdrath 30′.

Hauptbatterie Flaschen 3 und 6, Nebenbatterie Flasche 2.

Funkenmikrometer 10.

Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel
28	1·1	1·1	—	1·1
31	1·2	1·2	—	1·2
34	1·3	1·4	1·3	1·3
40	1·7	1·7	—	1·7
46	2·2	2·2	2·3	2·2
52	3·0	3·0	3·1	3·0
56	3·3	3·4	3·3	3·3
60	3·7	3·6	3·6	3·6
64	3·4	3·3	3·4	3·4
68	3·1	3·1	—	3·1
78	2·0	2·0	2·1	2·0

Aus diesem Versuche folgt $k = 0·50$, während $\frac{q'^2}{q^2} = 0·25$ wird. Berücksichtigt man aber, dass die Oberfläche der Hauptbatterie doppelt so gross ist, als die der Nebenbatterie, so ergibt sich

$$k = \frac{q'^2}{q^2} \cdot \frac{s}{s'},$$

wo s und s' die Oberflächen bezeichnen. Man hat somit in obigem Versuche

$$k = 0·50; \ \frac{q'^2}{q^2} \cdot \frac{s}{s'} = 0·50.$$

Dasselbe ergibt sich für folgenden Versuch:

XXVIII. Versuch.

Hauptdrath 50'.
Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flaschen 3 und 6.
Funkenmikrometer 10.
Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel
20	4·1	4·2	4·1	4·1
22	4·4	4·4	—	4·4
24	4·8	4·7	4·8	4·8
25	5·0	5·1	5·1	5·1
26	5·0	4·9	4·8	4·9
28	4·6	4·8	4·7	4·7
30	4·4	4·4	4·3	4·4
32	3·9	3·9	—	3·9

Darin ist

$$k = 2·00; \ \frac{q'^2}{q^2} \cdot \frac{s}{s'} = 2·01.$$

Es ergibt sich somit

$$k = \frac{q'^2}{q^2} \cdot \frac{s}{s'}.$$

Das von Herrn Knochenhauer angegebene, am Anfange meiner Abhandlung citirte Gesetz findet hierin seine Erklärung. Es gilt darnach für den speciellen Fall von vollkommen gleichen Flaschen. In der That ist für diesen Fall

$$\begin{array}{ll|ll} q' &= \mu\, Q & s' &= \mu\, S \\ q &= \nu\, Q & s &= \nu\, S, \end{array}$$

wo Q und S die angenommenen Einheiten der Flaschenstärke und der Oberfläche ausdrücken, somit

$$k = \frac{\mu}{\nu} \text{ und}$$

$$\frac{h}{n} = \frac{\mu}{\nu},$$

d. h. der Hauptdrath verhält sich zum Nebendrath für's Maximum wie die Anzahl der Flaschen der Nebenbatterie zu jener der Hauptbatterie. Diese Untersuchungen bezüglich der Grösse k haben zur Genüge die Abhängigkeit der Werthe von θ von den bezüglichen Flaschen dargethan. Sie haben aber auch ersichtlich gemacht, dass allerdings die relativen Werthe von θ zu ihrem Maximum sich genügend erklären lassen, nicht aber ihre absoluten Werthe. Sie haben gestattet aus dem Werthe des Maximums auf die Form der Curve zu schliessen, setzten aber die Kenntniss desselben voraus. Mit einem Worte, das Verhältniss

$$\frac{\theta}{M} = \frac{1}{A\,(h-kn)^2 + 1}$$

lässt sich für jeden Werth von $k = \frac{q'^2}{q^2} \cdot \frac{s}{s'}$, von h und n angeben, nicht aber die absolute Grösse von θ.

Ich werde daher noch diese zweite Abhängigkeit von θ von den bezüglichen Flaschenwerthen näher erörtern. Diese Untersuchung lässt sich dadurch bedeutend vereinfachen, dass man für θ jenen Werth nimmt, für welchen $h - kn = o$ ist, d. h. dass man die Abhängigkeit des Maximums selbst von den Grössen q, s, q', s' aufsucht. Schon die Versuche I und II, welche bei ganz gleichen Umständen an demselben Tage angestellt wurden, geben einen deutlichen Beweis für die Abhängigkeit der Grösse M von den betreffenden Flaschen. In dem ersten Versuche ist nämlich $M = 7·1$, in dem zweiten $M = 5·0$, während sich die Versuchsreihen durch nichts anderes unterscheiden, als dass in der zweiten die Nebenbatterie zur Hauptbatterie, die Hauptbatterie zur Nebenbatterie gemacht wurde.

Ich muss jedoch gleich bemerken, dass, da es sich hier um die absoluten Werthe handelt, blos jene Versuche mit einander verglichen werden können, welche an demselben Tage, bei ganz gleichen Umständen, wobei also die atmosphärischen Einflüsse genau dieselben bleiben, angestellt wurden. Ich werde jene Versuche stets zusammenstellen und sie durch ein besonderes Zeichen, durch ein Sternchen (*) oder ein Kreuzchen (†) erkenntlich machen.

Die Versuchsreihen V, VI, VII geben ein einfaches Mittel an die Hand, von der Function $M = f(q, q', s, s')$ für den Fall gleicher Oberflächen die Form anzugeben. Ist nämlich

in V $M = 5·1$,

und in VI $M_1 = 6·1$, so folgt

$$M : M_1 = 5·1 : 6·1 = 0·83.$$

Da nun die Hauptbatterie bei beiden constant blieb, während die Nebenbatterie verändert wurde, so folgt, wenn im V. Versuche $q' = 1·00$ (Flasche 3), im VI. $q' = 1·15$ (Flasche 1) gesetzt wird:

$$q' : q_1' = 100 : 115 = 0·87, \text{ somit}$$

$$M : M_1 = q' : q_1' \text{ oder}$$

$$M = mq',$$

d. h. die absolute Grösse des Maximums ist der Stärke der Nebenbatterie direct proportional.

In den Versuchen V und VII hingegen ist die Nebenbatterie constant, die Hauptbatterie variabel und es ergibt sich

$$M : M_1 = 5·1 : 3·6 = 1·42,$$

$$\frac{1}{q^2} : \frac{1}{q_1^2} = 132 : 96 = 1·37.$$

Dass diese Differenzen sich innerhalb der Beobachtungsfehler befinden, ergibt sich schon aus der Betrachtung, dass

$$50 : 37 = 1·35$$

beträgt, während Fehler von 0·1 bei jeder Beobachtung nicht zu vermeiden sind. Es ergibt sich daraus, dass

$$M : M_1 = \frac{1}{q^2} : \frac{1}{q_1^2} \text{ oder}$$

$$M = m\,\frac{1}{q^2},$$

wobei m eine Constante bedeutet. Der absolute Werth des Maximums ist daher dem Quadrate der Flaschenstärke der Hauptbatterie verkehrt proportional. Es ist somit für den Fall gleicher Oberflächen

$$M = m.\,\frac{q'}{q^2}.$$

Ebenso folgt aus den Versuchen VI und VII

$$M : M_1 = 6\cdot1 : 3\cdot6 = 1\cdot69,$$

$$\frac{q'}{q^2} : \frac{q_1'}{q'^2} = 152 : 96 = 1\cdot59.$$

Es ist nun leicht, die Versuche I und II in Bezug auf ihr Maximum zu prüfen. Bezeichnet nämlich q die Flasche 6, q' die Flasche 5, so muss

$$M : M_1 = \frac{q'}{q^2} : \frac{q}{q'^2} = q'^3 : q^3$$

sein. In der That findet man

$$M : M_1 = 7\cdot1 : 5\cdot0 = 1\cdot42,$$

$$q'^3 : q^3 = 119 : 91 = 1\cdot32.$$

Ich habe zur Prüfung dieses gewiss auffallenden Gesetzes noch mehrere Versuchsreihen vorgenommen, die ich nun anführen will.

XXIX. Versuch. *

Hauptdrath 42′.
Hauptbatterie Flasche 1, Nebenbatterie Flasche 3.
Funkenmikrometer 10.
Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel	θ ber.
48	4·1	4·0	4·0	4·0	4·1
52	4·6	4·5	4·6	4·6	4·6
56	4·8	4·9	4·8	4·8	4·8
60	4·5	4·4	4·6	4·5	4·6
64	4·1	4·2	4·1	4·1	4·1

Dabei ist $M = 4\cdot8$, $k = 0\cdot73 : \frac{q'^2}{q^2} = 0\cdot76$.

XXX. Versuch. *

Hauptdrath 42′.
Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flasche 3.
Funkenmikrometer 10.
Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel	θ ber.
32	4·6	4·4	4·6	4·5	4·6
34	5·3	5·2	5·2	5·2	5·3
36	5·9	5·8	6·0	5·9	5·9
38	6·2	6·3	6·3	6·3	6·3
40	6·4	6·4	6·3	6·4	6·5
42	6·3	6·2	6·2	6·2	6·3
44	5·8	5·9	5·9	5·9	5·9
48	4·6	4·6	—	4·6	4·6

$$M = 6{\cdot}5;\ k = 1{\cdot}05;\ \frac{q'^2}{q^2} = 1{\cdot}04.$$

XXXI. Versuch. *

Hauptdrath 42′.
Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flasche 1.
Funkenmikrometer 10.
Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel	θ ber.
24	5·1	5·2	5·1	5·1	5·3
26	6·4	6·4	6·5	6·4	6·4
28	7·0	7·0	7·1	7·0	7·1
30	7·4	7·3	7·4	7·4	7·5
32	7·0	7·0	7·1	7·0	7·1
34	6·2	6·4	6·4	6·3	6·4

$$M = 7{\cdot}5;\ k = 1{\cdot}40;\ \frac{q'^2}{q^2} = 1{\cdot}37.$$

Diese drei Versuchsreihen bestätigen das oben angeführte Gesetz. Denn nimmt man die zwei ersten, und wählt daraus die beobachteten Maxima, so folgt:

$$M : M_1 = 4{\cdot}8 : 6{\cdot}4 = 0{\cdot}75$$
$$q_1^2 : q^2 = 96 : 132 = 0{\cdot}73$$

Ebenso folgt aus der zweiten und dritten Versuchsreihe

$$M : M_1 = 6\cdot4 : 7\cdot4 = 0\cdot86$$
$$q' : q'_1 = 100 : 115 = 0\cdot87.$$

Aus der ersten und dritten

$$M : M_1 = 4\cdot8 : 7\cdot4 = 0\cdot65$$
$$q' q_1{}^2 : q^3 = 96 : 152 = 0\cdot63.$$

Diese drei Versuche, welche an einem zu elektrischen Beobachtungen sehr günstigen Tage vorgenommen wurden, geben das Gesetz für gleiche Oberflächen

$$M = m \cdot \frac{q'}{q^2}$$

mit grosser Genauigkeit an.

Nimmt man den ersten dieser drei Versuche als bekannt an, und berechnet daraus das Maximum für die übrigen, so folgt

für den zweiten $M = 6\cdot5$
„ „ dritten $M = 7\cdot5$.

Diese Werthe sind in der Columne für die berechneten θ eingetragen. Die übrigen Werthe von θ sind nach der Formel:

$$\theta = \frac{M}{A\,(h - kn)^2 + 1}$$

berechnet.

Diese Bemerkungen gelten auch für die nachfolgenden drei Versuchsreihen.

XXXII. Versuch. †

Hauptdrath 30′.
Hauptbatterie Flasche 1, Nebenbatterie Flasche 2.
Funkenmikrometer 10.
Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel	θ ber.
30	3·5	3·4	3·6	3·5	3·6
34	4·5	4·4	4·5	4·5	4·5
36	4·8	4·8	4·8	4·8	4·9
38	5·1	5·0	5·0	5·0	5·1
40	5·2	5·3	5·2	5·2	5·2
42	5·0	5·1	5·1	5·1	5·1
44	4·8	4·9	5·0	4·9	4·9
48	4·4	4·4	4·5	4·4	4·5

$$M = 5\cdot2;\ k = 0\cdot75;\ \frac{q'^2}{q^2} = 0\cdot73.$$

XXXIII. Versuch. †

Hauptdrath 30′.
Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flasche 3.
Funkenmikrometer 10.
Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel	θ ber.
24	5·5	5·7	5·8	5·7	5·7
26	6·3	6·3	6·4	6·3	6·4
28	6·9	6·8	6·7	6·8	6·9
30	7·0	7·1	7·1	7·1	7·1
32	6·9	6·9	6·8	6·9	6·9
34	6·4	6·3	6·3	6·4	6·4
36	5·5	5·6	5·7	5·6	5·7

$$M = 7{\cdot}1;\; k = 1{\cdot}00;\; \frac{q'^2}{q^2} = 1{\cdot}04.$$

XXXIV. Versuch. †

Hauptdrath 30′.
Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flasche 1.
Funkenmikrometer 10.
Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel	θ ber.
28	5·5	5·4	5·5	5·5	5·6
26	6·5	6·8	6·7	6·7	6·7
24	7·6	7·7	7·7	7·7	7·7
22	8·3	8·2	8·3	8·3	8·3
20	8·2	8·4	8·3	8·3	8·3

Diese Versuchsreihe musste unterbrochen werden, weil der Nebendrath schon zu kurz wurde; allein das Maximum ist klar angedeutet für $n = 21$; es ist somit

$$M = 8{\cdot}4;\; k = 1{\cdot}43;\; \frac{q'^2}{q^2} = 1{\cdot}37.$$

Aus dem ersten und dritten dieser Versuche folgt:

$$M : M_1 = 5{\cdot}2 : 8{\cdot}4 = 0{\cdot}62$$
$$q'^3 : q^3 = 94 : 152 = 0{\cdot}62$$

also vollkommen übereinstimmend.

Eben so folgt aus dem ersten und zweiten

$$M : M_1 = 5{\cdot}2 : 7{\cdot}1 = 0{\cdot}73$$

$$q'^2 : q'_1 q^2 = 94 : 132 = 0{\cdot}71$$

und aus dem zweiten und dritten

$$M : M_1 = 7{\cdot}1 : 8{\cdot}4 = 0{\cdot}84$$

$$q' : q'_l = 100 : 115 = 0{\cdot}87$$

Es ist klar, dass diese Differenzen innerhalb der Beobachtungsfehler liegen.

XXXV. Versuch. *

Hauptdrath 36′.

Hauptbatterie Flasche 1, Nebenbatterie Flasche 2.

Funkenmikrometer 10.

Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel	θ ber.
38	3·4	3·4	3·5	3·4	3·5
42	4·0	4·2	4·1	4·1	4·2
46	4·7	4·8	4·8	4·8	4·8
50	5·0	5·1	5·0	5·0	5·0
54	4·7	4·7	4·8	4·7	4·8
58	4·2	4·3	4·1	4·2	4·2
62	3·5	3·6	3·5	3·5	3·5

$$M = 5{\cdot}0;\ k = 0{\cdot}72;\ \frac{q'^2}{q^2} = 0{\cdot}73.$$

XXXVI. Versuch. *

Hauptdrath 36′.

Hauptbatterie Flasche 1, Nebenbatterie Flasche 4.

Funkenmikrometer 10.

Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel	θ ber.
32	1·3	1·4	—	1·3	1·3
42	2·2	2·3	2·3	2·3	2·2
52	3·4	3·4	—	3·4	3·4
62	4·2	4·2	4·3	4·2	4·2
72	3·4	3·3	3·3	3·3	3·4
82	2·2	2·2	—	2·2	2·2

$$M = 4{\cdot}2;\ k = 0{\cdot}58;\ \frac{q'^2}{q^2} = 0{\cdot}55.$$

XXXVII. Versuch. *

Hauptdrath 36'.
Hauptbatterie Flasche 4, Nebenbatterie Flasche 2.
Funkenmikrometer 10.
Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel	θ ber.
22	7·2	7·4	7·4	7·3	7·4
24	8·5	8·6	8·6	8·6	8·6
26	9·1	9·2	9·2	9·2	9·2
28	8·5	8·4	8·6	8·5	8·6
30	7·5	7·4	7·5	7·5	7·4

$$M = 9{\cdot}2;\; k = 1{\cdot}38;\; \frac{q'^2}{q^2} = 1{\cdot}33.$$

XXXVIII. Versuch. *

Hauptdrath 36'.
Hauptbatterie Flasche 4, Nebenbatterie Flasche 1.
Funkenmikrometer 10.
Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel	θ ber.
28	4·0	4·1	4·1	4·1	—
26	5·5	5·5	5·6	5·5	—
24	7·5	7·4	7·5	7·5	—
22	9·5	9·6	9·5	9·5	—

Diese Reihe konnte nicht weiter fortgesetzt werden, weil der Nebendrath zu kurz wurde. Allein diese 4 Beobachtungen genügen, um daraus den Werth von M zu berechnen. Setzt man nämlich

$$k = \frac{q'^2}{q^2} = \frac{132}{72} = 1{\cdot}83,$$

so ergibt sich für $n = 28$

$$4{\cdot}1 = \frac{M}{231\,A + 1}\,,$$

für $n = 24$

$$7{\cdot}5 = \frac{M}{62{\cdot}4\,A + 1}\,,$$

und aus diesen zwei Gleichungen

$$A = \frac{34}{4791} = 0\cdot0071$$

$$M = 2\cdot64 \,.\, 4\cdot1 = 10\cdot8.$$

Nimmt man hingegen die Beobachtungen für $n = 26$ und $n = 22$, so folgt:

$$5\cdot5 = \frac{M}{134\cdot6\, A + 1}$$

$$9\cdot5 = \frac{M}{18\cdot5\, A + 1},$$

und daraus

$$A = \frac{400}{56455} = 0\cdot0071$$

$$M = 10\cdot7\,,$$

eine wirklich auffallende Übereinstimmung, welche die Richtigkeit der zu Grunde gelegten Formeln:

$$k = \frac{q'^2}{q^2}$$

$$\theta = \frac{M}{A\,(h - kn)^2 + 1}$$

einerseits, anderseits die Verlässlichkeit der Beobachtungen beweist.

Aus diesen 4 Versuchen folgt das Gesetz mit grosser Genauigkeit. Denn vergleicht man die erste und zweite Versuchsreihe, so ergibt sich

$$M : M_1 = 5\cdot0 \;:\, 4\cdot2 = 1\cdot19,$$

andererseits

$$98 : 85 = 1\cdot15.$$

Aus der ersten und dritten Versuchsreihe hat man ebenso:

$$M : M_1 = 5\cdot0 : 9\cdot2 = 0\cdot54$$

$$q_1{}^2 : q^2 = 72 \;:\, 132 = 0\cdot55\,,$$

aus der dritten und vierten

$$M : M_1 = 9\cdot2 : 10\cdot7 = 0\cdot86$$

$$q' : q_1' = 98 \;:\, 115 = 0\cdot85$$

und endlich aus der zweiten und vierten

$$M : M_1 = 4\cdot2 : 10\cdot7 = 0\cdot39$$

$$q'^3 : q^3 = 61 \;:\, 152 = 0\cdot41$$

Alle diese Beobachtungen stimmen mit dem oben angeführten Gesetze überein. Berechnet man aus dem Maximum 5·0 für den ersten dieser vier Versuche jenes für die übrigen, so ergibt sich folgende Zusammenstellung zwischen den beobachteten und berechneten Werthen:

	M beob.	M berechnet
1. Versuch .	5·0	5·0
2. „ .	4·2	4·3
3. „ .	9·2	9·0
4. „ .	—	10·7 nach $\theta = \frac{M}{A\,(h - kn)^2 + 1}$ 10·7 nach $M = m.\frac{q'}{q^2}$

Das eben gefundene Gesetz erfordert noch eine Verallgemeinerung hinsichtlich der Oberflächen, da es in der Form, in der es angeführt wurde, blos für den Fall gleicher Oberflächen gilt.

XXXIX. Versuch. †

Hauptdrath 44′.
Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flaschen 3 und 6.
Funkenmikrometer 10.
Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel
20	5·4	5·5	5·6	5·5
22	6·0	5·9	5·9	5·9
24	5·7	5·6	5·6	5·6
26	5·1	5·2	5·1	5·1

$$k = 2{\cdot}00;\ \frac{q'^2}{q^2} \cdot \frac{s}{s'} = 2{\cdot}00.$$

XL. Versuch.

Hauptdrath 44′.
Hauptbatterie Flaschen 3 und 6, Nebenbatterie Flasche 2.
Funkenmikrometer 10.
Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel
58	1·0	1·0	—	1·0
78	1·7	1·7	1·6	1·7
88	2·1	2·0	2·1	2·1
98	1·9	2·0	1·8	1·9
108	1·5	1·4	1·5	1·5

$$k = 0{\cdot}49\,;\ \frac{q'^2}{q^2}\,.\,\frac{s}{s'} = 0{\cdot}50.$$

Aus diesen zwei Versuchen folgert sich mit Leichtigkeit, dass

$$M = \frac{q'}{q^2}\,.\,\frac{s}{\sqrt{s'}}\,.\,m$$

ist. Denn unter dieser Voraussetzung ist

$$M : M_1 = \frac{q'^3}{q^3} : \frac{s'\sqrt{s'}}{s\sqrt{s}}\,,$$

und da

$$\frac{q'^3}{q^3} = 8$$

$$\frac{s'\sqrt{s'}}{s\sqrt{s}} = \sqrt{8}\,,$$

sofort

$$8 : \sqrt{8} = 2{\cdot}83 \text{ und}$$

$$M : M_1 = 2{\cdot}81$$

was sehr befriedigend ist.

Berechnet man M_1 aus M, so ergibt sich nach dieser Formel

$$M_1 = 2{\cdot}1.$$

XLI. Versuch[1]). *

Hauptdrath 30′.

Hauptbatterie Flaschen 3 und 6, Nebenbatterie Flasche 2.

Funkenmikrometer 10.

Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel
56	3·3	3·4	3·3	3·3
60	3·7	3·6	3·6	3·6
64	3·4	3·3	3·4	3·4

[1]) Aus dem XXVII. Versuche wiederholt.

XLII. Versuch. *

Hauptdrath 30'.

Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flaschen 3 und 6.

Funkenmikrometer 10.

Distanz der parallelen Dräthe 4.

n	θ beobachtet			Mittel
28	2·6	2·6	—	2·6
24	4·1	4·0	4·1	4·1
21	6·1	6·1	6·2	6·1
20	6·6	6·7	6·7	6·7

Diese Beobachtungsreihe konnte nicht fortgesetzt werden, weil der Nebendrath zu kurz wird. Allein, setzt man $k = 2$, und berechnet das Maximum nach der Formel

$$\theta = \frac{M}{A\,(h - kn)^2 + 1},$$

so ergibt sich folgende Rechnung:

$$\text{für } n = 28 : M = (1 + 676\,A)\,.\,2{\cdot}6$$
$$\text{„ } n = 21 : M = (1 + 144\,A)\,.\,6{\cdot}1,$$

woraus

$$A = 0{\cdot}0040 \text{ und}$$
$$M = 9{\cdot}6$$

folgt.

Eben so hat man für $n = 24$

$$M = (1 + 324\,A)\,4{\cdot}1$$

und für $n = 20$

$$M = (1 + 100\,A)\,6{\cdot}7,$$

woraus

$$A = 0{\cdot}0041$$
$$M = 9{\cdot}4$$

sich ergibt.

Man kann somit $M = 9{\cdot}5$ setzen und in die Rechnung einführen. Es muss nun sein

$$M : M_1 = 1 : 2{\cdot}83;$$

aber

$$1 : 2{\cdot}83 = 0{\cdot}35$$
$$M : M_1 = 0{\cdot}38$$

was sehr befriedigend ist.

Diese letzte Rechnung muss zugleich als ein sehr schlagender Beweis für die Richtigkeit der bisher aufgefundenen Gesetze angesehen werden.

Es ergibt sich daraus, dass

$$\theta = \frac{q'}{q^2} \cdot \frac{s}{\sqrt{s'}} \cdot \frac{m}{A\,(h - \frac{q'^2}{q^2} \cdot \frac{s}{s'}\,n)^2 + 1}.$$

Bei allen diesen Versuchen diente das im Hauptdrathe eingeschaltete Funkenmikrometer blos dazu, stets ein und dasselbe Quantum Elektricität (bei denselben Flaschen) durch den Schliessungsbogen zu leiten. Die Distanz der Kugeln des Funkenmikrometers ist aber von wesentlichem Einflusse. Um den Einfluss desselben auf die Ausschläge des Luftthermometers kennen zu lernen, hat man nur zu berücksichtigen, dass in der bisher gefundenen Formel blos m davon abhängig erscheint, und dass daher bei sonst gleichen Umständen θ proportional zu m ist. Bei dieser Untersuchung wird es daher nicht nöthig sein, das Maximum für jede einzelne Beobachtungsreihe aufzufinden, um erst aus den Werthen desselben das betreffende Gesetz abzuleiten.

Was die Grösse A anbelangt, so bin ich nicht in der Lage, über sie etwas Bestimmtes anzugeben. Sie hat an verschiedenen Tagen verschiedene Werthe; aber die Schwierigkeit, sie genau zu definiren, liegt darin, dass die Art und Weise der Versuche, wie ich die angestellt habe, sich bei weitem nicht jener Genauigkeit erfreut, die besonders für diesen Zweck nöthig ist. Man könnte somit den Einwurf erheben, dass möglicherweise A von der Entfernung der Kugeln des Funkenmikrometers abhängig ist, und somit θ nicht m proportional gesetzt werden dürfe. Diesem Einwurfe habe ich dadurch zu begegnen gesucht, dass ich eine solche Länge des Nebendrathes einführte, für welche θ nahe gleich M, d. h. für welche nahe

$$h - kn = 0,$$

somit um so mehr

$$A\,(h - kn)^2 = 0\,,$$

also eine zu vernachlässigende Grösse wurde.

Nennt man die Distanz der Kugeln des Funkenmikrometers d, so ergab sich folgender Versuch:

XLIII. Versuch.

Hauptdrath 34′.
Nebendrath 32′.
Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flasche 3.
Distanz der parallelen Dräthe 4.

d	θ beobachtet			Mittel
4	0·8	0·9	0·8	0·8
6	1·6	1·6	1·7	1·6
8	2·1	2·3	2·3	2·2
12	4·7	4·8	4·9	4·8

Man ersieht schon aus dieser kurzen Beobachtungsreihe, dass θ weder d selbst noch d^2 proportional gesetzt werden kann. Allein nimmt man

$$\theta = a\,.\,\sqrt{d^3}$$

an, wobei a eine Constante bedeutet, so ergibt sich eine befriedigende Übereinstimmung; denn es müsste dann

$$8 : 22 = 1 : 2{\cdot}83$$

und

$$16 : 48 = 1 : 2{\cdot}83$$

sein, was in der That hinlänglich eintrifft, da

$$\begin{aligned} 8 : 22 &= 0{\cdot}35 \\ 16 : 48 &= 0{\cdot}33 \\ 1 : 2{\cdot}83 &= 0{\cdot}35 \end{aligned}$$

ist.

Um dieses Gesetz genauer zu prüfen, schaltete ich ein anderes, von Kleiner in Berlin verfertigtes, weit empfindlicheres Luftthermometer ein, welches genau nach den Angaben von Riess construirt ist. Ich erhielt folgende Beobachtungsreihe.

XLIV. Versuch.

Hauptdrath 34'.
Nebendrath 32'.
Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flasche 3.
Distanz der parallelen Dräthe 4.

d	θ beobachtet			Mittel
2	3·3	3·2	3·3	3·3
3	5·5	5·4	5·5	5·5
4	8·2	8·2	8·2	8·2
6	13·6	13·7	13·6	13·6
8	20·1	19·9	19·9	20·0
9	22·7	22·9	23·1	22·9
10	27·7	27·1	26·8	26·9
12	33·0	33·4	34·0	33·5

Ist nun obige Formel richtig, so sollten allgemein die Ausschläge für d und $2d$ sich so verhalten, wie $1 : 2·83 = 0·35$; allein man erhält statt dessen:

$$33 : 82 = 0·40$$
$$55 : 136 = 0·40$$
$$82 : 200 = 0·41$$
etc.,

Zahlen, welche alle zu gross sind, und mit einander auffallend übereinstimmen.

Der Grund dafür liegt in dem Umstande, dass bei dem Funkenmikrometer, welches ich benützte, der Nullpunkt der Scala fehlerhaft angegeben war; denn setzt man z. B.

$$\sqrt{(2+x)^3} : \sqrt{(4+x)^3} = 33 : 82\,,$$

so ergibt sich

$$x = 0·62.$$

Ebenso folgt aus der Proportion

$$\sqrt{(3+x)^3} : \sqrt{(6+x)^3} = 55 : 136$$
$$x = 0·61\,;$$

und in der That, eine genauere Prüfung des Instrumentes ergab

$$x = 0·50 \text{ [1]}.$$

[1]) Diese Correction ist allen früheren Angaben für das Funkenmikrometer beizufügen, namentlich den Versuchen VIII — XVI, welche auch hieher gehören.

Fügt man also diese Correction zu allen Werthen von d, so erhält man folgende Zusammenstellung zwischen den beobachteten und berechneten Werthen von θ:

d	θ beob.	θ ber.
2·5	3·3	3·3
3·5	5·5	5·4
4·5	8·2	7·9
6·5	13·6	13·7
8·5	20·0	20·6
9·5	22·9	24·3
10·5	26·9	28·2
12·5	33·5	36·7

Dabei wurde $a = 0·83$ angenommen, und die Rechnung nach der Formel

$$\theta = a \,.\, \sqrt{d^3}$$

geführt.

Man sieht, dass die berechneten Werthe von θ mit den beobachteten so lange stimmen, als diese nicht zu gross werden. Sind diese aber gross genug, so bleiben die beobachteten hinter den berechneten zurück. Der Grund davon kann ein doppelter sein; entweder ist die obige Formel nur approximativ, und die genauere

$$\theta = a \sqrt{d^3} \,.\, \{1 - d\lambda + \ldots\} ;$$

oder die Werthe von θ hören auf, verlässlich zu sein, wenn sie eine gewisse Grösse überschreiten. Ich will in diese beiden Fälle etwas genauer eingehen.

Nimmt man an, dass sich die Relation zwischen θ und d durch die Formel

$$\theta = a \sqrt{d^3} \,.\, \{1 - d\lambda + \mu d^2 - \ldots\}$$

ausdrücken lasse, wobei $\lambda, \mu, \ldots$ sehr rasch abnehmende, erst zu bestimmende Coëfficienten bezeichnen, so überzeugt man sich leicht, dass zwischen den berechneten und beobachteten Werthen von θ eine befriedigende Übereinstimmung eintritt. In der That hat man, wenn man das dritte Glied der Reihe

$$1 - \lambda d + \mu d^2 - \ldots$$

nicht mehr berücksichtigt, für $\lambda = 0·0090$, $a = 0·855$ folgende Zusammenstellung zwischen den beobachteten und berechneten Werthen von θ:

d	θ beob.	θ ber.
2·5	3·3	3·3
3·5	5·5	5·4
4·5	8·2	7·9
6·5	13·6	13·3
8·5	20·0	19·6
9·5	22·9	23·4
10·5	26·9	26·3
12·5	33·5	33·6

Diese Tabelle zeigt eine befriedigende Übereinstimmung zwischen den Resultaten der Beobachtung und der Rechnung. Durch Hinzufügung des Gliedes μd^2 könnte man die Genauigkeit noch weiter treiben.

Dieselben Bemerkungen gelten auch für die nachfolgenden Beobachtungsreihen, in welchen die Correction $x = 0·5$ für das Funkenmikrometer schon mit einbegriffen ist.

XLV. Versuch.

d	θ beobachtet			Mittel	θ ber. nach $\theta = a\sqrt{d^3}$
2	2·7	2·7	—	2·7	2·7
3	5·3	5·2	5·2	5·2	5·0
4	7·9	8·0	8·0	8·0	7·7
5	11·0	10·9	10·9	10·9	10·7
6	14·3	14·3	14·4	14·3	14·0
8	21·8	21·7	21·8	21·8	21·6
9	25·5	25·1	25·3	25·3	25·8
10	29·0	29·3	29·2	29·2	30·2

Für die Berechnung wurde $a = 0·954$ angenommen. In dieser Beobachtungsreihe ist die kürzere Formel

$$\theta = a\sqrt{d^3}$$

schon hinreichend. Die Beobachtung konnte nicht fortgesetzt werden, weil in Folge der feuchten Witterung das Funkenmikrometer keine grösseren Funken gab.

XLVI. Versuch.

Hauptdrath 34′.
Nebendrath 32′.

Hauptbatterie Flasche 2, Nebenbatterie Flasche 3.
Distanz der parallelen Dräthe 4.

$$a = 0{\cdot}675.$$

d	θ beobachtet			Mittel	θ ber. nach $\theta = a\sqrt{d^3}$
2	2·1	2·0	1·9	2·0	1·9
3	3·5	3·6	3·5	3·5	3·5
4	5·5	5·3	5·3	5·4	5·4
5	7·7	7·8	7·8	7·8	7·5
6	9·5	9·7	9·7	9·6	9·9
8	13·9	14·1	14·3	14·1	15·3
9	17·3	17·3	—	17·3	18·2
10	19·3	19·3	—	19·3	21·3
12	25·0	25·2	25·4	25·2	28·1
14	30·4	30·9	30·6	30·6	35·4
15	34·2	—	—	34·2	39·2

Berechnet man hingegen nach der Formel

$$\theta = a\sqrt{d^3} \,.\, \{ 1 - \lambda d \},$$

so hat man

$$a = 0{\cdot}696$$
$$\lambda = 0{\cdot}011 \,,$$

somit folgende Zusammenstellung:

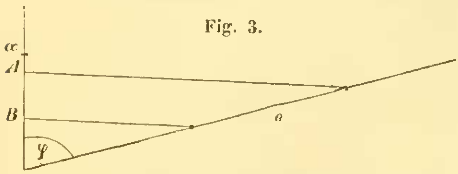
d	θ beob.	θ ber.	d	θ beob.	θ ber.
2	2·0	1·9	9	17·3	16·9
3	3·5	3·5	10	19·3	19·6
4	5·4	5·3	12	25·2	25·1
5	7·8	7·5	14	30·6	30·8
6	9·6	9·6	15	34·2	33·8
8	14·1	14·4			

Es gibt jedoch noch einen zweiten Standpunkt, von dem aus sich die oben erwähnten Differenzen erklären lassen.

Riess hat in seinem classischen Werke: „Die Lehre von Reibungselektricität", so wie auch in den Annalen von Poggendorff, Band 41, die Theorie des Luftthermometers für den Fall gegeben, wo das Niveau in dem Weingeistbehälter als constant betrachtet und die Wärmeausstrahlung während des eine messbare Zeit dauernden Ausschlages vernachlässigt werden darf. Diese Beschränkungen sind offenbar für die meisten Fälle statthaft, wenn nämlich die Werthe von θ eine gewisse Grösse nicht übersteigen, müssen aber für diesen letztern Fall etwas genauer untersucht werden.

Bedeutet nämlich b den Barometerstand, t die Temperatur der Luft und des Platindrathes vor der Erwärmung, p' den Druck, t' die Temperatur der Luft, T die Temperatur des Drathes nach der Erwärmung, φ den Neigungswinkel der Thermometerröhre gegen eine verticale Linie (Fig. 3), so wird der durch die Erwärmung der Luft um $t' - t$ hervorgebrachte Luftdruck durch die Weingeistsäule AB gemessen, wenn das Niveau in A als constant betrachtet wird.

Fig. 3.



Es ist dann bekanntlich

$$p' - b = b \cdot \frac{t' - t}{a},$$

wobei a eine Constante bedeutet, und

$$p' = \left(b + \frac{\cos\varphi}{n}\,\theta\right)\left(1 + \frac{\theta}{v}\right),$$

worin v das Volumen des Thermometers, n das Verhältniss des specifischen Gewichtes des Quecksilbers zu jenem des Weingeistes bedeutet.

Berücksichtigt man aber die Änderung des Niveau's Aa, so hat man offenbar den Druck der kleinen Säule Aa noch hinzuzufügen, und es ergibt sich

$$p' = \left(b + \frac{\cos\varphi}{n}\,\theta + \frac{r^2}{R^2} \cdot \frac{1}{n}\,\theta\right)\left(1 + \frac{\theta}{v}\right),$$

wenn man nämlich den Halbmesser der thermometrischen Röhre mit r, jenen des Gefässes mit R bezeichnet. Daraus folgt

$$\left(b + \frac{\cos\varphi + \frac{r^2}{R^2}}{n}\,\theta\right)\left(1 + \frac{\theta}{v}\right) - b = b \cdot \frac{t' - t}{a},$$

oder wenn man der Kürze halber

$$\frac{\cos\varphi + \frac{r^2}{R^2}}{n} = f$$

setzt, und die Gleichung für θ auflöst

$$\theta = -\frac{vf+b}{2f} + \frac{vf+b}{2f}\left\{1 + \frac{4\,vb}{f} \cdot \frac{4\,f^2}{(vf+b)^2} \cdot \frac{t'-t}{a}\right\}^{1/2};$$

entwickelt man diese Potenz in eine unendliche Reihe, so wird diese sehr convergiren und man hat

$$\theta = \frac{4\,vb}{(4f+b)} \cdot \frac{1}{a} \cdot (t'-t).$$

Behält das Luftthermometer beständig dieselbe Neigung, so ist f eine constante Grösse; man weiss ferner aus den Untersuchungen von Riess, dass b und a als constant betrachtet werden können, somit ist der ganze zu $t'-t$ gehörige Factor constant und θ der Erwärmung der Luft proportional. Die Erwärmung des Platins $T-t$ ist aber der Erwärmung der Luft proportional, so lange man an dem Apparate nichts ändert. Es folgt daraus, dass

$$\theta = C\,(T-t),$$

wobei C eine Constante ausdrückt. Der Ausschlag des Luftthermometers ist daher selbst in dem Falle, wo man eine Niveauveränderung annimmt, der Erwärmung des Platindrathes proportional.

Es hat somit dieser Umstand keinerlei Einfluss auf die beobachteten Werthe von θ, auch wenn diese sehr gross werden, so lange man blos ihre relativen Werthe untersucht. Anders verhält es sich mit dem Wärmeverluste während der Verschiebung des Weingeistes in der Thermometerröhre.

Man kann annehmen, dass der in einem kleinen Zeittheilchen eintretende Wärmeverlust der Zeit und der vorhandenen Wärme proportional ist. Daraus ergibt sich die Bedingungsgleichung

$$d\theta = -\beta\theta\,dt$$

oder integrirt

$$l\theta = -\beta t + \text{Const.}$$

Für $t = o$ sei $\theta = \Theta$, wo also Θ die gesammte durch Induction erzeugte Wärme bedeutet, mithin

$$l\Theta = \text{Const.}$$

und

$$l\left(\frac{\Theta}{\theta}\right) = \beta t.$$

Daraus ergibt sich

$$\Theta = \theta\,.\,e^{\beta t} = \theta\left(1 + \beta t + \frac{\beta^2\,t^2}{1\,.\,2}\,.\,.\,.\right).$$

Die Bestimmung des Coëfficienten für den Wärmeverlust bietet grosse Schwierigkeiten. Nimmt man nach wahrscheinlichen Werthen in einem speciellen Falle

$$\text{für } t = 5\ , \theta = 30$$
$$\text{„ } t = 95\ , \theta = 2\ ,$$

so ergibt sich

$$l\,30 = -\ 5\beta + C$$
$$l\ \ 2 = -\ 95\beta + C\ ,$$

und daraus

$$\beta = 0{\cdot}030.$$

Es ist somit

$$\Theta = \theta\ .\ e^{0\cdot030\,t} = 1{\cdot}172\,\theta$$

und für $\theta = 30$ sofort

$$\Theta = 35{\cdot}2.$$

Vergleicht man diesen so corrigirten Werth von θ mit jenem im XLVI. Versuche vorkommenden, nach der Formel $\theta = a\sqrt{d^3}$ berechneten Werth 35·4, so ergibt sich eine befriedigende Übereinstimmung; denn für

$$\theta = 30{\cdot}6$$

wäre unter gleichen Umständen

$$\Theta = 35{\cdot}9\ ,$$

und es würde somit die ganze auffallende Differenz auf die Correction entfallen. Es folgt daraus, dass man wenigstens innerhalb der Grenzen der Genauigkeit, die man hier erreichen kann

$$\theta\ .\ e^{\beta t} = a\sqrt{d^3}\ ,$$

d. h.

$$\Theta = a\sqrt{d^3}$$

und

$$e^{\beta t} = 1 + d\lambda$$

setzen darf.

Der in Bezug auf den Wärmeverlust corrigirte Werth von θ ist somit der Quadratwurzel aus der dritten Potenz der Entfernung der Kugeln des Funkenmikrometers direct proportional.

Bezüglich des Coëfficienten β kann ich vorläufig nur Unbestimmtes aussagen; er ist für kleine Ausschläge sehr klein; somit fällt für diese die Correction weg.

Die vorhergehenden Versuche haben dargethan, dass sich die Grösse λ mit hinreichender Schärfe bestimmen lässt; daher kann der corrigirte Werth Θ mittelst der Formel

$$\Theta = \theta . (1 + d\lambda)$$

bestimmt werden. Es wird jedoch rathsam sein, die Werthe von θ nicht so gross werden zu lassen, weil denn doch diese Bestimmungsweise noch schwankend ist. Für kleinere Werthe von θ gilt übrigens die Relation

$$\theta = a . \sqrt{d^3}$$

hinreichend scharf.

Fasst man nun das Problem des inducirten Stromes der Nebenbatterie ganz allgemein auf, und bezeichnet die parallelen Dräthe mit p, p', ihre Distanz mit Δ, so folgt, wenn durchgehends nur einerlei Drath angewendet wird:

$$\theta = f\,(p, p', \Delta, q, q', s, s', h, n, d).$$

Die Form dieser Function habe ich theilweise bestimmt; wenn nämlich noch das von Hrn. Knochenhauer angegebene Gesetz [1]), dass die Maxima sich umgekehrt verhalten wie die angewendeten Hauptdräthe, hinzugefügt wird, so ergibt sich

$$\theta = \frac{q'}{q^2} \cdot \frac{s}{\sqrt{s'}} \cdot \frac{1}{h} \cdot \frac{a}{\Delta\,(h - \frac{q'^2}{q^2} \cdot \frac{s}{s'}\,n)^2 + 1} \cdot \sqrt{d^3}\,,$$

wobei a noch die Grössen p, p', Δ und den Feuchtigkeitscoëfficienten enthält.

Diesen noch übrigen Theil der Aufgabe habe ich auf diesem Wege nicht zu lösen versucht, weil ich die Form der Function keineswegs für so einfach halte, als dass sie sich empirisch auffinden liesse. Denn, bezeichnet r die Distanz zweier Stromtheilchen dp, dp', φ den Winkel, den sie mit ihrer Verbindungslinie bilden, $\frac{di}{dt}$ die entsprechende Änderung der Intensität, so ist diese Function durch die Form

$$\iint \frac{dp \,.\, dp'}{r^m}\, f(\varphi) \cdot \frac{di}{dt}$$

---

[1]) Vergl. Versuch XVII, XVIII.

angegeben. Dieses Doppelintegral gibt aber selbst für die einfachsten Werthe von m und $f(\varphi)$ eine viel zu verwickelte Form, als dass man sie durch blosse Versuche in dem Sinne, welcher dieser Abhandlung zu Grunde liegt, auffinden könnte.

Ich hoffe indess, auf einem andern Wege zur Kenntniss dieser Function zu gelangen.

Es gereicht mir schliesslich zum Vergnügen, meinen Freunden, den Herren E. Mach und J. Peterin, Eleven am kais. kön. physicalischen Institute, für die thätige Hilfe, die sie mir bei der Durchführung dieser Arbeit leisteten, meinen wärmsten Dank öffentlich aussprechen zu können.